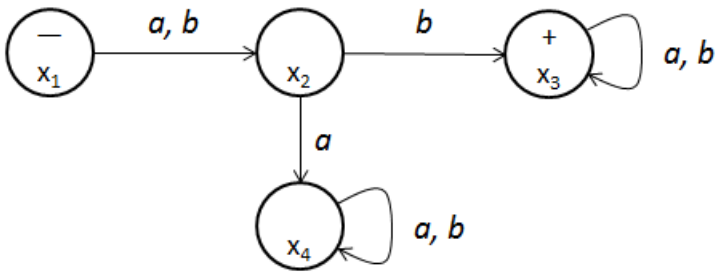


### **Theorem 12**

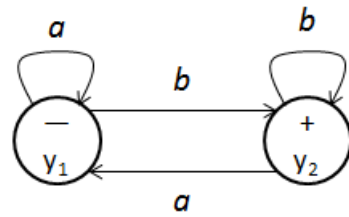
If  $L_1$  and  $L_2$  are regular languages, then  $L_1 \cap L_2$  is also a regular language.  
In other words, the set of regular languages is closed under intersection.

Exercise 6, page 185

$L_1 (a + b)b(a + b)^*$



$L_2 (a + b)^*b$



$L_1$	a	b
-x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>2</sub>
x <sub>2</sub>	x <sub>4</sub>	x <sub>3</sub> <sup>+</sup>
+x <sub>3</sub>	x <sub>3</sub> <sup>+</sup>	x <sub>3</sub> <sup>+</sup>
x <sub>4</sub>	x <sub>4</sub>	x <sub>4</sub>

$L_2$	a	b
-y <sub>1</sub>	y <sub>1</sub>	y <sub>2</sub> <sup>+</sup>
+y <sub>2</sub>	y <sub>1</sub>	y <sub>2</sub> <sup>+</sup>

$L_1 \cap L_2$	a	b
-z <sub>1</sub> = x <sub>1</sub> or y <sub>1</sub>	x <sub>2</sub> or y <sub>1</sub> = z <sub>2</sub>	x <sub>2</sub> or y <sub>2</sub> <sup>+</sup> = z <sub>3</sub>
z <sub>2</sub> = x <sub>2</sub> or y <sub>1</sub>	x <sub>4</sub> or y <sub>1</sub> = z <sub>4</sub>	x <sub>3</sub> <sup>+</sup> or y <sub>2</sub> <sup>+</sup> = z <sub>5</sub> <sup>+</sup>
z <sub>3</sub> = x <sub>2</sub> or y <sub>2</sub>	x <sub>4</sub> or y <sub>1</sub> = z <sub>4</sub>	x <sub>3</sub> <sup>+</sup> or y <sub>2</sub> <sup>+</sup> = z <sub>5</sub> <sup>+</sup>
z <sub>4</sub> = x <sub>4</sub> or y <sub>1</sub>	x <sub>4</sub> or y <sub>1</sub> = z <sub>4</sub>	x <sub>4</sub> or y <sub>2</sub> <sup>+</sup> = z <sub>6</sub>
+z <sub>5</sub> = x <sub>3</sub> or y <sub>2</sub>	x <sub>3</sub> <sup>+</sup> or y <sub>1</sub> = z <sub>7</sub>	x <sub>3</sub> <sup>+</sup> or y <sub>2</sub> <sup>+</sup> = z <sub>5</sub> <sup>+</sup>
z <sub>6</sub> = x <sub>4</sub> or y <sub>2</sub>	x <sub>4</sub> or y <sub>1</sub> = z <sub>4</sub>	x <sub>4</sub> or y <sub>2</sub> <sup>+</sup> = z <sub>6</sub>
z <sub>7</sub> = x <sub>3</sub> or y <sub>1</sub>	x <sub>3</sub> <sup>+</sup> or y <sub>1</sub> = z <sub>7</sub>	x <sub>3</sub> <sup>+</sup> or y <sub>2</sub> <sup>+</sup> = z <sub>5</sub> <sup>+</sup>

